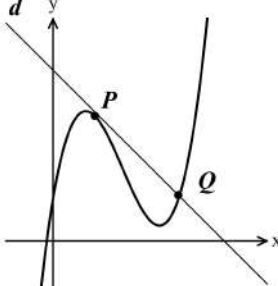
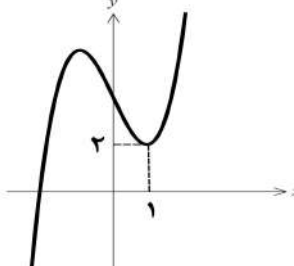


سؤالات آزمون نهایی درس: حسابان ۲	رشته : ریاضی فیزیک	تعداد صفحه : ۲	ساعت شروع : ۱۰:۳۰ صبح
دوازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۰۳	نام و نام خانوادگی :	مدت آزمون : ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و اینترنر داخل کشوردی ماه ۱۴۰۳		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir	

ردیف	سؤالات (پاسخ برگ دارد) (استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است)	نمره
------	--	------

۱	درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید. الف) نقطه $x = 0$ یک نقطه گوشه‌ای تابع $f(x) = \sqrt[3]{x}$ است. ب) تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3 & x \geq 1 \\ 2x & x < 1 \end{cases}$ در نقطه $x = 1$ مشتق پذیر است.	۰/۵
۲	جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید. الف) برد تابع $y = \tan x$ با دامنه $\left\{ \frac{\pi}{2} \right\} - \left[ \frac{\pi}{3}, \pi \right]$ برابر ..... است. ب) مشتق دوم تابع $y = \sin x$ در نقطه $x = \frac{\pi}{2}$ برابر ..... است.	۰/۷۵
۳	نمودار تابع $f(x)$ در شکل مقابل رسم شده است. الف) نمودار تابع $g(x) = -3f\left(\frac{1}{4}x\right)$ را رسم کنید. ب) مقدار $g(5)$ را به دست آورید.	۱
۴	نمودار تابع $f(x) = -(x-2)^3 + 1$ را به کمک نمودار تابع $y = x^3$ رسم کنید و صعودی یا نزولی بودن تابع $f$ را بررسی کنید.	۱
۵	اگر $\left(\frac{1}{4}\right)^{x+1} \leq \left(\frac{1}{4}\right)^{2x-3}$ باشد، حدود $x$ را به دست آورید.	۰/۵
۶	اگر چند جمله ای $p(x) = x^2 + a - 2$ بر $x - a$ بخش پذیر باشد، مقدار $a$ را بیابید.	۱
۷	قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a \cos bx + c$ به صورت مقابل است، مقادیر $a, b, c$ را بیابید.	۱/۲۵
۸	معادله $\cos x (2 \cos x - 7) = 4$ را حل کنید.	۱/۲۵

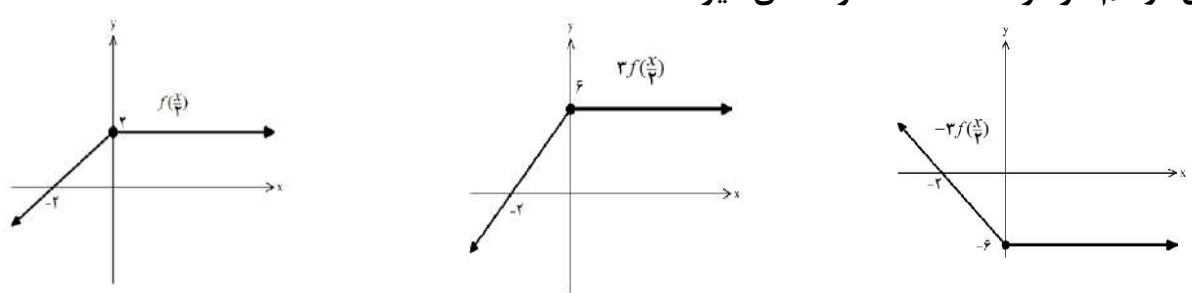
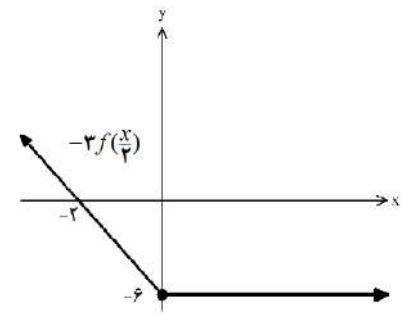
سؤالات آزمون نهایی درس: حسابان ۲		رشته : ریاضی فیزیک		تعداد صفحه : ۲		ساعت شروع : ۱۰:۳۰ صبح	
دوازدهم		تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۰۳		نام و نام خانوادگی :		مدت آزمون : ۱۲۰ دقیقه	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و اینترنر داخل کشوری ماه ۱۴۰۳				مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir			
ردیف		سؤالات (پاسخ برگ دارد)(استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است)					
نمره							
۹	حاصل حدود زیر را به دست آورید.						
	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-7}{x^5-4x+3}$ الف)			$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin^2 x + x}{x^2}$ ب)			
۱۰	الف) (مجانبات های قائم و افقی نمودار تابع $f(x) = \frac{x^2+1}{x^3-1}$ را به دست آورید. ب) وضعیت نمودار $f(x)$ را در همسایگی مجانب قائم آن نمایش دهید.						
۱۱	مطابق شکل روبه رو خط $d$ در نقطه $P(1,3)$ بر نمودار تابع $f$ مماس و در نقطه $Q(2a+1, a)$ آن را قطع می کند. اگر $f'(1) = -1$ مقدار $a$ را بیابید.						
۱							
۱۲	مشتق پذیری تابع $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 4}$ را در نقطه $x = 2$ با استفاده از تعریف مشتق بررسی کنید.						
۱۳	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن الزامی نیست) الف) $f(x) = \frac{\sqrt{x} - 5x}{x-3}$ ب) $g(x) = (\cos^3 x)(\tan x)$						
۱۴	تابع $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x + 1$ مفروض است. در نقطه $x = a$ ، آهنگ تغییر لحظه ای تابع کمتر از آهنگ تغییر متوسط آن در بازه $[0, 3]$ است، محدوده $a$ را بیابید.						
۱۵	نمودار تابع $f(x) = x^3 + ax + b$ به صورت مقابل است. مقادیر $a$ و $b$ را بیابید.						
۱							
۱۶	یک مستطیل در یک نیم دایره محاط شده است. اگر شعاع دایره ۲ سانتی متر باشد، طول و عرض مستطیل را طوری به دست آورید که مساحت آن بیشترین مقدار ممکن باشد.						
۱۷	جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = (x+1)(x-2)^2$ را رسم کنید.						
۲۰	صفحه ۲ از ۲ جمع نمره						

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: <b>حسابان ۲</b>		رشته: <b>ریاضی و فیزیک</b>
دوازدهم	تاریخ آزمون: <b>۱۴۰۳/۱۰/۰۳</b>	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و اینترگر داخل و خارج از کشوردی ماه ۱۴۰۳		

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱	الف) نادرست (۰/۲۵) (صفحه ۸۹)      ب) نادرست (۰/۲۵) (صفحه ۱۰۰)	۰/۵
---	---	-----

۲	الف) $(0, \sqrt{3}) - \mathbb{R}$ یا $[-\infty, 0) \cup [\sqrt{3}, +\infty)$ (۰/۵) (صفحه ۳۲)      ب) $-1 - (0, \sqrt{3})$ (صفحه ۱۰۱)	۰/۷۵
---	--	------

۳	<p>روش اول: رسم هر مرحله (۰/۲۵) نمره تعلق گیرد.</p>  <p>روش دوم: (انتقال نقاط)</p>  <p> <math>(-1, 0) \rightarrow (-2, 0)</math>      ۰/۲۵  <math>(0, 2) \rightarrow (0, -6)</math>      ۰/۲۵ </p> <p>(اگر دانش آموز از هر روشی تنها شکل نهایی را درست ترسیم کرد، نمره کامل این بخش یعنی (۰/۷۵) نمره تعلق بگیرد.)</p> <p>ب) <math>g(5) = -6</math> (۰/۲۵) (صفحه ۱۰)</p>	۱
---	--	---

۴	<p>به رسم نمودار (انتقال افقی (۰/۲۵)، انتقال عمودی (۰/۲۵) و قرینه یابی (۰/۲۵))</p> <p>نمره تعلق گیرد. (اگر دانش آموز، نمودار نهایی را با هر روشی، به درستی ترسیم نمود، (۰/۷۵) نمره تعلق گیرد) <math>f(x)</math> اکیدا نزولی (یا نزولی) است. (۰/۲۵) (صفحه ۲۱)</p>	۱
---	--	---

۵	$\left(\frac{1}{2}\right)^{x+1} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{2x-3} \Rightarrow \underbrace{x+1 \geq 2x-3}_{0/25} \Rightarrow x \leq 4 \quad 0/25$ <p>(صفحه ۲۲)</p>	۰/۵
---	--	-----


راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: <b>حسابان ۲</b>		رشته: <b>ریاضی و فیزیک</b>
دوازدهم	تاریخ آزمون: <b>۱۴۰۳/۱۰/۰۳</b>	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و اینترگر داخل و خارج از کشوردی ماه ۱۴۰۳		

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۶	<p>روش اول:</p> $\underbrace{x-a=0}_{\cdot/25} \Rightarrow x=a$ $\underbrace{a^2+a-2=0}_{\cdot/25} \Rightarrow a=1 \quad \text{یا} \quad \underbrace{a=-2}_{\cdot/25}$ <p>روش دوم: با تقسیم چندجمله‌ای <math>x^2+a-2</math> بر <math>x-a</math> داریم:</p> $x^2+a-2=(x-a)(x+a)+a^2+a-2 \quad (\cdot/25)$ <p>با توجه به اینکه باقی مانده صفر است، بنابراین:</p> $\underbrace{a^2+a-2=0}_{(\cdot/25)} \Rightarrow \begin{cases} a=1 \quad (\cdot/25) \\ a=-2 \quad (\cdot/25) \end{cases} \quad (\text{صفحه ۱۹})$	۱
۷	$T=4\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{ b }=4\pi \Rightarrow  b =\frac{1}{2} \quad (\cdot/25)$ $f(\pi)=-1 \Rightarrow \underbrace{a \cos(b\pi)+c=-1}_{\cdot/25} \xrightarrow{ b =\frac{1}{2}} a \times 0 + c = -1 \Rightarrow c = -1 \quad (\cdot/25)$ <p>روش اول محاسبه <math>a</math>) <math>\max = 2 \Rightarrow  a  + c = 2 \xrightarrow{c=-1}  a  = 3 \quad (\cdot/25) \xrightarrow{a&gt;0} a = 3 \quad (\cdot/25)</math></p> <p>روش دوم محاسبه <math>a</math>) <math>f(0) = 2 \Rightarrow a + c = 2 \xrightarrow{c=-1} a = 3 \quad (\cdot/5)</math> (صفحه ۲۸)</p> <p>(به راه حل های درست دیگر به تناسب نمره تعلق گیرد)</p>	۱/۲۵
۸	<p>(غ، ق، ق)</p> $\cos x (2 \cos x - 7) = 4 \Rightarrow \underbrace{2 \cos^2 x - 7 \cos x - 4 = 0}_{\cdot/25} \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 4 \quad (\cdot/25) \\ \cos x = -\frac{1}{2} \quad (\cdot/25) \end{cases}$ <p>(صفحه ۴۱)</p> $\cos x = \cos \frac{2\pi}{3} \Rightarrow x = 2k\pi + \left(\frac{2\pi}{3}\right) \quad (\cdot/25), x = 2k\pi - \left(\frac{2\pi}{3}\right) \quad (\cdot/25)$	۱/۲۵
۹	<p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-7}{x^5-4x+3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\underbrace{x^5}_{\cdot/25}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^4} = 0 \quad (\cdot/25)</math> (صفحه ۶۶)</p> <p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin^2 x + x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \underbrace{\frac{\sin^2 x}{x^2}}_{\cdot/25} + \frac{1}{x} = 1 + \frac{1}{0^-} = 1 - \infty = -\infty \quad (\cdot/25)</math> (صفحه ۵۴)</p>	۱/۲۵

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: <b>حسابان ۲</b>		رشته: <b>ریاضی و فیزیک</b>	
دوازدهم		تاریخ آزمون: <b>۱۴۰۳/۱۰/۰۳</b>	
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و اینترگر داخل و خارج از کشوردی ماه ۱۴۰۳		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱۰	<p>الف) خط <math>x=1</math> مجانب قائم است (۰/۲۵) زیرا:</p> $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2+1}{x^3-1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2}{0^-} = -\infty \quad (۰/۲۵) \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2+1}{x^3-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2}{0^+} = +\infty \quad (۰/۲۵)$ <p>پس خط <math>y=0</math> مجانب افقی است. (۰/۲۵) (صفحه ۶۹)</p> <p>ب) (۰/۵) (صفحه ۵۷)</p> 	۱/۷۵
۱۱	<p>خط <math>d</math> در نقطه <math>P(1,3)</math> بر تابع <math>f(x)</math> مماس است، بنابراین شیب خط <math>d</math> برابر <math>-1</math> است. (۰/۲۵)</p> <p>روش اول: معادله خط <math>d</math> بصورت زیر است:</p> $y-3 = -1(x-1) \Rightarrow y = -x+4 \xrightarrow{Q(2a+1,a) \in d} a = -2a-1+4 \Rightarrow a=1 \quad (۰/۲۵)$ <p>روش دوم:</p> $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{a-3}{2a+1-1} = -1 \Rightarrow a=1 \quad (۰/۲۵)$ <p>(صفحه ۸۳)</p>	۱
۱۲	<p>روش اول:</p> $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-f(2)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2-4x+4}-0}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{ x-2 }{x-2} = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x-2)}{x-2} = -1 \quad (۰/۲۵) \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-2}{x-2} = 1 \quad (۰/۲۵) \end{cases}$ <p>پس <math>f(x)</math> در <math>x=2</math> مشتق پذیر نیست. (۰/۲۵)</p> <p>(روش دوم در صفحه بعد)</p>	۱

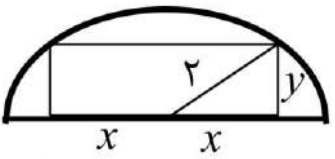
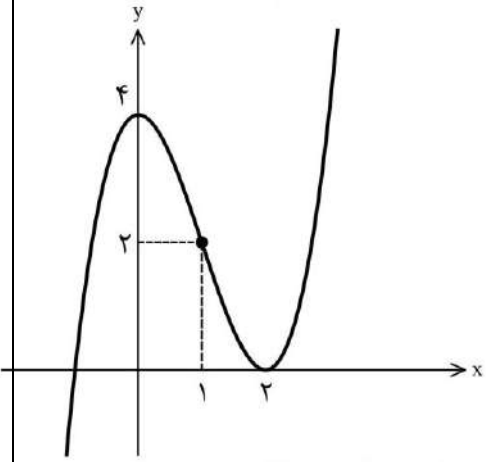
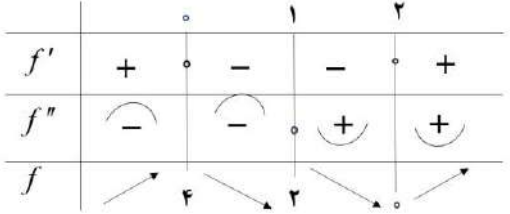
راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: <b>حسابان ۲</b>		رشته: <b>ریاضی و فیزیک</b>
دوازدهم	تاریخ آزمون: <b>۱۴۰۳/۱۰/۰۳</b>	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و اینترگر داخل و خارج از کشوردی ماه ۱۴۰۳		

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

	<p>روش دوم:</p> $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{x - 2} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{(2+h)^2 - 4(2+h) + 4} - 0}{h}$ <p style="text-align: center;">۰/۲۵</p> $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{h^2}}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{ h }{h} = \begin{cases} \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{-h}{h} = -1 & (0/25) \\ \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{h}{h} = 1 & (0/25) \end{cases}$ <p>پس <math>f(x)</math> در <math>x=2</math> مشتق پذیر نیست. (۰/۲۵) (صفحه ۸۶)</p>	
۲	<p>الف) <math>f'(x) = \frac{\overbrace{(\frac{1}{2\sqrt{x}} - 5)}^{0/25} (x-3) - \overbrace{(1)(\sqrt{x} - 5x)}^{0/25}}{\underbrace{(x-3)^2}_{0/25}}</math></p> <p>ب) <math>g'(x) = \underbrace{(3(-\sin x) \cos^2 x)(\tan x)}_{0/5} + \underbrace{(\cos^3 x)(1 + \tan^2 x)}_{0/5}</math></p> <p>(در صورتی که دانش آموز عبارت را ساده کرده و سپس مشتق بگیرد، نمره کامل به او تعلق گیرد)</p> <p>(صفحه ۱۰۱)</p>	۱۳
۱/۲۵	<p>آهنگ متوسط تغییر در بازه <math>[0, 3]</math>: <math>\frac{f(3) - f(0)}{3 - 0} = \frac{-2 - 1}{3} = -1</math> (۰/۲۵)</p> <p style="text-align: center;">۰/۲۵</p> <p>آهنگ لحظه‌ای تغییر برابر <math>f'(x) = x^2 - 4</math> است.</p> <p><math>f'(a) &lt; -1 \Rightarrow \underbrace{a^2 - 4}_{0/25} &lt; -1 \Rightarrow a^2 &lt; 3 \Rightarrow \underbrace{-\sqrt{3} &lt; a &lt; \sqrt{3}}_{0/25}</math> (صفحه ۱۱۰)</p>	۱۴
۱	<p><math>f'(1) = 0 \xrightarrow{f'(x) = 3x^2 + a} 3(1)^2 + a = 0 \Rightarrow a = -3</math> (۰/۵)</p> <p><math>f(1) = 2 \Rightarrow (1)^3 + a(1) + b = 2 \xrightarrow{a = -3} 1 - 3 + b = 2 \Rightarrow b = 4</math> (۰/۵) (صفحه ۱۲۶)</p>	۱۵
صفحه ۴ از ۵		

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: <b>حسابان ۲</b>		رشته: <b>ریاضی و فیزیک</b>	
دوازدهم		تاریخ آزمون: <b>۱۴۰۳/۱۰/۰۳</b>	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایتارگر داخل و خارج از کشوردی ماه ۱۴۰۳		ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح	
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir		مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱۶	<p>با توجه به شکل <math>y^2 + x^2 = 4</math>، پس <math>y = \sqrt{4 - x^2}</math> در نتیجه:</p>  $S = 2xy \xrightarrow{y = \sqrt{4 - x^2}} S(x) = 2x\sqrt{4 - x^2} \Rightarrow S'(x) = 2\sqrt{4 - x^2} + \frac{(-2x)}{2\sqrt{4 - x^2}}(2x)$ $\xrightarrow{S'(x)=0} \frac{2(4 - x^2) - 2x^2}{\sqrt{4 - x^2}} = 0 \Rightarrow -4x^2 + 8 = 0 \Rightarrow x = \sqrt{2} \Rightarrow \underbrace{2x = 2\sqrt{2}}_{\text{۰/۲۵}} \Rightarrow \underbrace{y = \sqrt{2}}_{\text{۰/۲۵}}$ <p>(صفحه ۱۲۶)</p>	۱/۵
۱۷	<p><math>f'(x) = (x - 2)^2 + 2(x - 2)(x + 1) \xrightarrow{f'(x)=0} x = 0, x = 2 \quad (۰/۵)</math></p> <p><math>f''(x) = 6x - 6 \xrightarrow{f''(x)=0} x = 1 \quad (۰/۲۵)</math></p>   <p>(۰/۷۵)</p> <p>(صفحه ۱۳۹)</p> <p>اگر دانش آموزی در ضابطه تابع ابتدا حاصلضرب پرانتزها را به دست آورد و سپس مشتق بگیرد، نمره تعلق گیرد.</p>	۲
	صفحه ۵ از ۵	جمع نمره
	۲۰	